Correction des exercices du chapitre 10 :

Attention les corrections ne sont pas toujours rédigées correctement.
Les solutions rédigées sont faites en classe ou dans le livre avec les exercices résolus p 248-249

Correction QCM :

QCM p. 247

1. C ; **2.** A ; **3.** A, B et C ; **4.** C ; **5.** C ; **6.** B ; **7.** A ; **8.** B ; **9.** C

Correction préparation à l'ECE:

Préparation à l'ECE

1. Le système étudié est le centre de masse G de la balle dans un référentiel terrestre supposé galiléen.
La balle n'est soumise qu'à son poids $\vec{P}$ car on néglige les actions dues à l'air.
D'après la deuxième loi de Newton, $\vec{P} = m\,\vec{a}$ avec $\vec{P} = m\,\vec{g}$. Il vient $\vec{a} = \vec{g}$.
Les coordonnées cartésiennes du vecteur accélération sont :

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \\ a_y = -g \end{cases}.$$

Le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps : $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$.
Pour déterminer les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse, il faut chercher les primitives de chaque coordonnée du vecteur accélération puis appliquer les conditions initiales indiquées.

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = C_x \\ v_y = -g \times t + C_y \end{cases}, \text{ de plus } \vec{v}_0\begin{cases} v_{x_0} = v_0 \times \cos\alpha \\ v_{y_0} = -v_0 \times \sin\alpha \end{cases}.$$

Il vient $\begin{cases} C_x = v_0 \times \cos\alpha \\ -g \times 0 + C_y = -v_0 \times \sin\alpha \end{cases}$.

D'où $\begin{cases} C_x = v_0 \times \cos\alpha \\ C_y = -v_0 \times \sin\alpha \end{cases}$.

Les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse s'écrivent :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \times \cos\alpha \\ v_y = -g \times t - v_0 \times \sin\alpha \end{cases}.$$

Le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position par rapport au temps : $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$.
Pour déterminer les coordonnées cartésiennes du vecteur position ou équations horaires, il faut chercher les primitives de chaque coordonnée du vecteur vitesse puis appliquer les conditions initiales indiquées.

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = v_0 \times \cos\alpha \times t + D_x \\ y = -\frac{1}{2} g \times t^2 - v_0 \times \sin\alpha \times t + D_y \end{cases}.$$

De plus, $\overrightarrow{OB_0}\begin{cases} x_0 = 0 \text{ m} \\ y_0 = h \end{cases}$.

Il vient $\begin{cases} v_0 \times \cos\alpha \times 0 + D_x = 0 \\ -\frac{1}{2} g \times 0^2 - v_0 \times \sin\alpha \times 0 + D_y = h \end{cases}$.

D'où $\begin{cases} D_x = 0 \\ D_y = h \end{cases}$.

Les équations horaires du mouvement de la balle s'écrivent :

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = v_0 \times \cos\alpha \times t \\ y = -\frac{1}{2} g \times t^2 - v_0 \times \sin\alpha \times t + h \end{cases}.$$

2. À l'aide d'un logiciel de traitement de vidéo, on place l'origine du repère d'étude au centre de masse G de la balle. Il faut indiquer une échelle à l'aide d'un étalon de longueur présent sur la vidéo. On pointe, sur chaque image de la vidéo, la position du centre de masse de la balle.
On utilise les fonctionnalités d'un logiciel tableur-grapheur pour calculer les coordonnées des vecteurs vitesse du centre de masse G de la balle et pour tracer les courbes $x(t)$, $y(t)$, $v_x(t)$ et $v_y(t)$.

3. • La hauteur h de départ correspond à l'ordonnée de la balle à $t = 0$ s. Par lecture graphique, on a $h = 0{,}9$ m.

• La valeur de la vitesse initiale de la balle est :
$v_0 = \sqrt{v_{x_0}^2 + v_{y_0}^2}$ avec, par lecture graphique, $v_{x_0} = 1{,}2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $v_{y_0} = -0{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

$$v_0 = \sqrt{(1{,}2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2 + (-0{,}8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2} = 1{,}4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

La valeur de la vitesse initiale est $1{,}4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

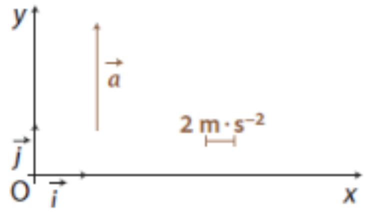
• L'angle α est obtenu à partir du calcul de sa tangente :

$\tan\alpha = \dfrac{|v_{y_0}|}{v_{x_0}}$ et donc $\alpha = \tan^{-1}\left(\dfrac{|v_{y_0}|}{v_{x_0}}\right)$. Il vient $\alpha = 34°$.

Remarque : Il est possible d'utiliser les équations obtenues par modélisation des courbes $x(t)$, $y(t)$, $v_x(t)$ et $v_y(t)$ afin de déterminer h, v_0 et α.

Correction Livret révisions physique du parcours d'exercices :

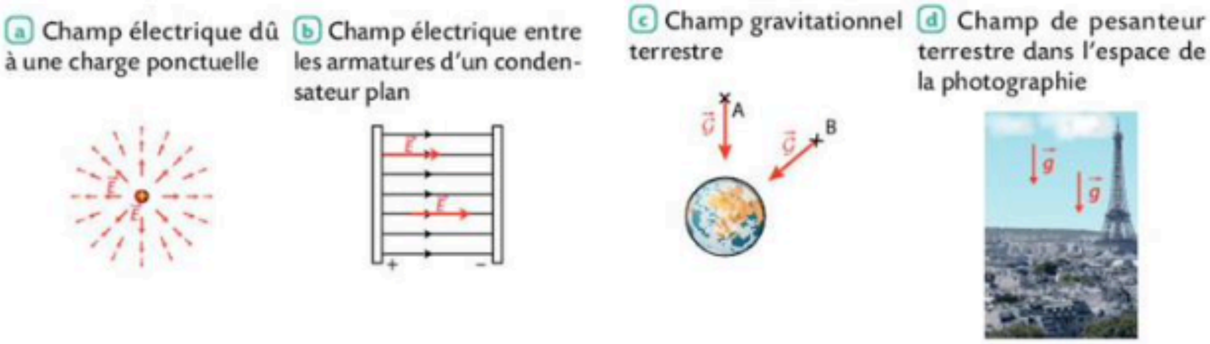
Exercice 28 : Les coordonnées cartésiennes du vecteur accélération d'un point matériel M dans un repère orthonormé (O ;$\vec{i}$; $\vec{j}$) lié à un référentiel terrestre sont : $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \text{ m.s}^{-2} \\ a_y = 7{,}8 \text{ m.s}^{-2} \end{cases}$



1. Représenter ce vecteur accélération dans le repère choisi.
   Le vecteur accélération est vertical, et sa longueur est égale à 3,9 fois celle du segment d'échelle.

2. Calculer la valeur a de l'accélération de M.
   La valeur de l'accélération est a = $\sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2}$ avec a_x = 0 m.s^{-2}, il vient a = $|a_y|$ = 7,8 m.s^{-2}.

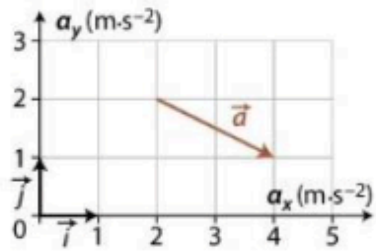
Exercice 29 : Voici la cartographie de quatre champs vectoriels.



- Identifier le(s) champ(s) uniforme(s).

Seuls les champs **b** et **d** sont uniformes car ils ont même direction, même sens et même valeur en tout point de l'espace.

Exercice 30 : On a représenté ci-dessous le vecteur accélération d'un point mobile M en mouvement plan dans un champ de pesanteur uniforme.



1. Déterminer les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$ de M dans le repère orthonormé (O ;$\vec{i}$; $\vec{j}$).

   Les coordonnées du vecteur accélération dans le repère orthonormé (O ;$\vec{i}$; $\vec{j}$) sont : $\vec{a}\begin{cases} a_x = 2{,}0 \text{ m.s}^{-2} \\ a_y = -1{,}0 \text{ m.s}^{-2} \end{cases}$

2. Calculer la valeur a de l'accélération de M.
   L'accélération a pour valeur a = $\sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2}$; a = $\sqrt{(2{,}0)^2 + (-1{,}0)^2}$ = 2,2 m.s^{-2}

Exercice 31 : Une bille de masse m est lâchée sans vitesse initiale d'une hauteur h = 1,00m. La bille de centre de masse G n'est soumise qu'à l'action mécanique de la Terre modélisée par la force de pesanteur. On choisit pour repère un axe vertical (Oz) orienté vers le bas, dont l'origine O correspond à la position initiale de la bille à t = 0 s.

1. Établir la relation entre le vecteur accélération du centre de masse de la bille et le vecteur champ de pesanteur.
   D'après la deuxième loi de Newton : $m.\vec{a} = m.\vec{g_0}$, d'où $\vec{a} = \vec{g_0}$.

2. En déduire les équations horaires du mouvement $v_z(t)$ et $z(t)$.

Dans le repère (O ; z), puisque $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on a $\vec{a} = \frac{dv_z}{dt} = g_0$.

Par intégration, on en déduit un ensemble de primitives possibles :
$V_z(t) = g_0.t + k_1$, où k_1 est une constante à déterminer.

La connaissance de la vitesse initiale permet de trouver k_1 par identification :
$V_z(0) = g_0 \times 0 + k_1 = 0$ (vitesse initiale nulle), d'où $v_z(t) = g_0.t$.

De même, comme $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$, après intégration et en connaissant la position initiale O à t = 0 s, on a :
$z(t) = \frac{1}{2}.g_0.t^2$

3. Montrer que le mouvement de la bille dans le champ de pesanteur est plan.

La trajectoire est rectiligne portée par l'axe (Oz), donc le mouvement de la bille est plan.

4. Quelle est la durée de la chute ?

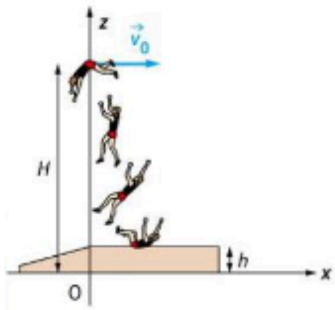
À l'instant t_c de l'impact, $z(t_c) = h$, d'où : $z(t_c) = \frac{1}{2}.g_0.t_c{}^2 = h$, soit $t_c = \sqrt{\frac{2h}{g_0}}$

Et $t_c = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}00}{9{,}81}} = 0{,}452$ s.

5. Quelle est la vitesse maximale atteinte par la bille ?

La vitesse maximale est atteinte à l'instant t_C.
$V_z(t_c) = g_0.t_c$ et $v_Z(t_c) = 9{,}81 \times 0{,}452 = 4{,}43$ m.s^{-1}.

Exercice 32 : On souhaite étudier la phase descendante d'une athlète lors de l'épreuve du saut à la perche.
On considère le système perchiste que l'on assimile à un point matériel.
On négligera dans cette phase toute action de l'air. La barre est franchie avec un vecteur vitesse $\vec{v_0}$ horizontal.



On se place dans le repère (O ;x, y, z) en prenant le début de la phase descendante comme origine des temps (t = 0 s).
Données : hauteur du tapis de réception h = 0,70 m ; hauteur du saut H = 4,5 m.

1. Montrer que les composantes du vecteur accélération du système sont :
$a_x(t) = a_y(t) = 0$ et $a_z(t) = - g_0$.

On néglige l'action de l'air sur le système. D'après la deuxième loi de Newton, $m.\vec{a} = m.\vec{g_0}$, d'où $\vec{a} = \vec{g_0}$.

Dans le repère orthonormé (O ; x, y, z), puisque $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on a :

$$\frac{d\vec{v}}{dt}\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = a_x = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = a_y = 0 \\ \frac{dv_z}{dt} = a_z = -g_0 \end{cases}$$

2. Montrer que les équations horaires du mouvement du perchiste s'écrivent :
$x(t) = v_0\,.t$, $y(t) = 0$ et $z(t) = -\frac{1}{2}\,g_0.t^2 + H$.

Par intégration on en déduit un ensemble de primitives possibles : $\vec{v}(t)\begin{cases} v_x(t) = k_1 \\ v_y(t) = k_2 \\ v_z(t) = -g_0.t + k_3 \end{cases}$

Où k_1, k_2 et k_3 sont des constantes.

La connaissance de la vitesse initiale (à t = 0 s) permet d'établir les valeurs de chacune des deux constantes par identification de deux termes égaux : $\overrightarrow{v(0)} = \overrightarrow{v_0}$, d'où :

$$\begin{cases} v_x(0) = k_1 = v_x \\ v_y(0) = k_2 = 0 \\ v_z(0) = -g_0 \times 0 + k_3 = 0 \end{cases} \quad \text{soit} \quad \vec{v}(t) \begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = 0 \\ v_z(t) = -g_0.t \end{cases}$$

De même, puisque $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$, après intégration, les équations horaires de la position s'écrivent :

$$\overrightarrow{OG}(t) \begin{cases} x(t) = v_0.t + k_4 \\ y(t) = k_5 \\ z(t) = -\frac{1}{2}.g_0.t^2 + k_6 \end{cases} \quad \text{et,}$$

en connaissant la position initiale d'altitude z(0) = H, il vient : $\overrightarrow{OG}(t) \begin{cases} x(t) = v_0.t \\ y(t) = 0 \\ z(t) = -\frac{1}{2}.g_0.t^2 + H \end{cases}$

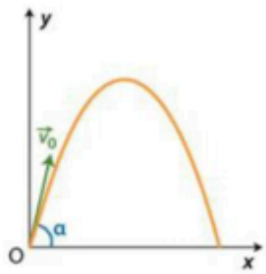
3. Montrer que le mouvement est plan.
y(t) = 0, donc le mouvement s'effectue dans le plan (xOz).

4. Quelle est la durée de la phase descendante ?
La phase descendante s'interrompt à l'instant t_d pour lequel $z(t_d) = h$.

Soit $-\frac{1}{2}.g_0.t_d{}^2 + H = h$,

D'où $t_d = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g_0}}$; $t_d = \sqrt{\frac{2 \times (4{,}5-0{,}70)}{9{,}81}} = 0{,}88$ s.

Exercice 33 : Au cours d'un match de rugby, un joueur réalise une chandelle. On se place dans un référentiel terrestre supposé galiléen. On négligera toutes les actions dues à l'air.
À l'instant t = 0 s, le ballon, assimilé à un point matériel, est à l'origine du repère, et le vecteur vitesse initiale du ballon fait un angle α avec l'axe horizontal O_x. Le graphique ci-dessus représente la trajectoire du ballon dans le repère choisi.
Les coordonnées cartésiennes du vecteur accélération du ballon, exprimées en m.s^{-2}, sont : $\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$



1. Établir les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}$ du ballon.
Pour établir les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse du ballon, il faut chercher les primitives de chaque coordonnée du vecteur accélération, puis utiliser les conditions initiales indiquées.

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ donc $\vec{v} \begin{cases} v_x = C_x \\ v_y = -g.t + C_y \end{cases}$

De plus $\overrightarrow{v_0} \begin{cases} v_{x_0} = v_0 \times \cos\alpha \\ v_{y_0} = v_0 \times \sin\alpha \end{cases}$

Il vient $\begin{cases} C_x = v_0 \times \cos\alpha \\ -g \times 0 + C_y = v_0 \times \sin\alpha \end{cases}$

D'où $\begin{cases} C_x = v_0 \times \cos\alpha \\ C_y = v_0 \times \sin\alpha \end{cases}$

Les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse s'écrivent : $\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \times \cos\alpha \\ v_y = -g.t + v_0 \times \sin\alpha \end{cases}$

2. Montrer que les équations horaires du mouvement sont : $x = v_0 \times \cos(\alpha).t$ et $y = -\frac{1}{2}g.t^2 + v_0.\sin(\alpha).t$

Les équations horaires du mouvement sont les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OP}$ du ballon assimilé à un point matériel P.
Il faut chercher les primitives de chaque coordonnée du vecteur vitesse puis utiliser les conditions initiales indiquées.

$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OP}}{dt}$ donc $\overrightarrow{OP} \begin{cases} x = v_0 \times \cos\alpha \times t + D_x \\ y = -\frac{1}{2}.g.t^2 + v_0 \times \sin\alpha \times t + D_y \end{cases}$

De plus $\overrightarrow{OP_0} \begin{cases} x_0 = 0 \text{ m} \\ y_0 = 0 \text{ m} \end{cases}$

Il vient $\begin{cases} v_0 \times \cos\alpha \times 0 + D_x = 0 \\ -\frac{1}{2}.g.0^2 + v_0 \times \sin\alpha \times 0 + D_y = 0 \end{cases}$

D'où $\begin{cases} D_x = 0 \\ D_y = 0 \end{cases}$

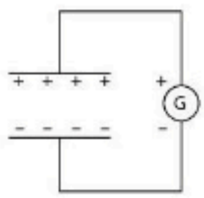
Les équations horaires du mouvement du ballon s'écrivent : $\overrightarrow{OP} \begin{cases} x = v_0 \times \cos\alpha \times t \\ y = -\frac{1}{2}.g.t^2 + v_0 \times \sin\alpha \times t \end{cases}$

Exercice 34 : Entre les plaques A et B d'un condensateur plan reliées à un générateur de tension continue, règne un champ électrique uniforme de valeur $E = 1{,}0 \times 10^4$ N.C^{-1}.
Les plaques sont distantes de d = 10,0 cm.
Donnée : Valeur du champ électrique $\vec{E}$: $E = \frac{|U_{AB}|}{d}$

1. Calculer la valeur absolue $|U_{AB}|$ de la tension appliquée entre les plaques.
D'après l'expression de E fournie, $|U_{AB}| = E \times d$.
$|U_{AB}| = 1{,}0 \times 10^4$ N·C^{-1} $\times 10{,}0 \times 10^{-2}$ m.
La valeur absolue $|U_{AB}|$ de la tension est $1{,}0 \times 10^3$ V.

2. Comment varie la valeur du champ électrique si la distance entre les plaques augmente ?
La valeur E du champ électrique est inversement proportionnelle à la distance d entre les armatures. Lorsque d augmente, E diminue.

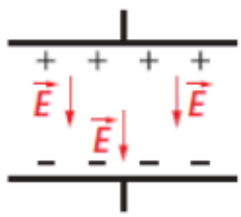
Exercice 35 : On a représenté ci-dessous les armatures d'un condensateur plan reliées aux bornes d'une source de tension continue. Les plaques sont distantes de d = 20,0 cm et la source impose une tension U de 10 kV.
Donnée : Valeur du champ électrique $\vec{E}$: $E = \frac{|U|}{d}$



1. Déterminer les caractéristiques (direction, sens et valeur) du champ électrique $\vec{E}$ qui règne entre les plaques.
Le champ électrique a une direction perpendiculaire aux armatures du condensateur. Il est orienté de l'armature chargée positivement vers celle chargée négativement.

Sa valeur est $E = \frac{|U|}{d} = \frac{10 \times 10^3}{20{,}0 \times 10^{-2}} = 5{,}0 \times 10^4$ V.m^{-1}.

2. Représenter le vecteur $\vec{E}$ en différentes positions entre les armatures, sans souci d'échelle mais avec cohérence.



Ce champ électrique $\vec{E}$ est uniforme : il a partout, entre les plaques, même direction, même sens et même valeur.

Exercice 36 : Un condensateur plan est constitué de deux armatures planes et parallèles séparées par un milieu isolant comme l'air.
Entre les deux armatures A et B du condensateur séparées par une distance d, s'établit un champ électrique $\vec{E}$ uniforme tel que $U_{AB} = E \times d$.

Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

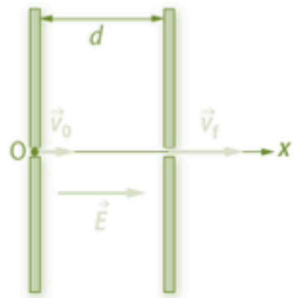
1. La direction du champ $\vec{E}$ est :
   a. Parallèle aux armatures ;
   b. Perpendiculaire aux armatures ; car seule l'orientation du champ (et non la direction) varie en fonction du signe de la tension.
   c. Varie selon le signe de la tension U_{AB}.

2. Lorsque la distance entre les armatures est doublée, la valeur du champ électrique $\vec{E}$:
   a. Est constante ;
   b. Est doublée ;
   c. Est divisée par deux. Car $E = \frac{U_{AB}}{d}$

3. Lorsque la tension entre les armatures est divisée par deux, la valeur du champ électrique $\vec{E}$:
   a. Est constante ;
   b. Est doublée ;
   c. Est divisée par deux. Car $E = \frac{U_{AB}}{d}$

4. Lorsqu'on inverse la polarité des armatures :
   a. Le champ $\vec{E}$ s'annule ;
   b. Le champ $\vec{E}$ garde la même norme ;
   c. Le champ $\vec{E}$ change de sens.

Exercice 37 : Un proton pénètre dans un condensateur plan avec vecteur vitesse initial $\vec{v_0}$ perpendiculaire aux armatures. Dans le condensateur plan règne un champ électrique uniforme de valeur : $E = 2{,}0$ kV.m^{-1}.
Données : masse $m = 1{,}7 \times 10^{-27}$ kg, $v_0 = 2{,}0 \times 10^{3}$ m.s^{-1}, intensité de la pesanteur $g_0 = 9{,}81$ m.s^{-2}, $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C, d = 18,0 cm.



1. Reproduire cette figure et représenter sans souci d'échelle le vecteur $\vec{E}$.
   D'après le schéma de l'énoncé, $v_f > v_0$, donc l'armature de droite est chargée négativement pour accélérer le proton. Ainsi, le champ est orthogonal aux plaques et orienté vers l'armature négative (*x* croissant).
2. Montrer que l'action mécanique de la Terre sur le proton est négligeable devant l'action modélisée par la force électrique.

   L'action mécanique de la Terre modélisée par le poids P = m.g.

   La force électrique a pour expression, en valeur, $F_e = e.E$, d'où le rapport :

   $\frac{F_e}{P} = \frac{e.E}{m.g} = \frac{1{,}6 \times 10^{-19} \times 2{,}0 \times 10^{3}}{1{,}7 \times 10^{-27} \times 9{,}81} = 1{,}9 \times 10^{10}$.
3. Établir la relation entre le vecteur accélération de la particule et le vecteur champ électrique.

   D'après la deuxième loi de Newton :
   $m.\vec{a} = \vec{F_e} = e.\vec{E}$, d'où $\vec{a} = \frac{e}{m}.\vec{E}$,
4. Projeter cette relation sur l'axe (Ox) et établir une relation entre la composante de l'accélération a_x, E, m, et e.

   Par projection, on obtient $a_x = \frac{e}{m}.E$

5. En déduire les équations horaires de la vitesse $v_x(t)$ et de la position x(t).

Puisque $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on obtient après intégration : $v_x(t) = \frac{e}{m}.E.t + k_1$ où k_1 est une constante à déterminer.

Or, à t = 0 s, $\overrightarrow{v(0)} = v_0 .\vec{i}$, d'où $k_1 = v_0$ et $v_x(t) = \frac{e}{m}.E.t + v_0$.

De même, on obtient x(t) après une deuxième intégration : $x(t) = \frac{e}{2.m}.E.t^2 + v_0.t$ car, à t = 0 s, le système est en O, d'abscisse 0.

6. Montrer que cet accélérateur est linéaire.

L'accélérateur est linéaire car le mouvement de la particule s'effectue selon l'axe (O*x*).

7. En exploitant une équation horaire, déterminer à quel instant le proton sort du condensateur.

Le proton sort de l'accélérateur à l'instant t_s tel que $x(t_s) = d$.

t_s est donc la racine positive de l'équation du second degré en t suivante : $\frac{e}{2.m}.E.t^2 + v_0.t - d = 0$.

Le discriminant de l'équation s'écrit : $\Delta = v_0^2 + 4d\,\frac{e.E}{2.m} = v_0^2 + \frac{2e.E.d}{m}$,

Soit $\Delta = (2{,}0 \times 10^3)^2 + \frac{2 \times 1{,}6 \times 10^{-19} \times 2{,}0 \times 10^3 \times 18{,}0 \times 10^{-2}}{1{,}7 \times 10^{-27}} = 6{,}8 \times 10^{10}$ SI.

La racine positive est : $t_s = \frac{-v_0 + \sqrt{\Delta}}{2\frac{e.E}{2m}} = \frac{(-v_0 + \sqrt{\Delta}).m}{e.E}$

Soit $t_s = \frac{(-2{,}0 \times 10^3 + \sqrt{6{,}8 \times 10^{10}}) \times 1{,}7 \times 10^{-27}}{1{,}6 \times 10^{-19} \times 2{,}0 \times 10^3} = 1{,}4 \times 10^{-6}$ s

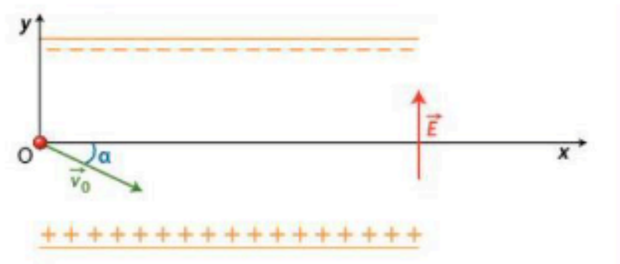
8. En déduire la vitesse finale du proton. Conclure sur le rôle du condensateur plan dans ce dispositif.

$v_f = v_x(t_s) = \frac{qE}{m}\,t_s + v_0$

soit : $v_f = \frac{1{,}6 \times 10^{-19} \times 2{,}0 \times 10^3}{1{,}7 \times 10^{-27}} \times 1{,}4 \times 10^{-6} + 2{,}0 \times 10^3 = 2{,}6 \times 10^5\ \mathrm{m.s^{-1}}$

On vérifie que ce condensateur plan joue le rôle d'accélérateur de particules.

<u>Exercice 38 :</u> Une position, particule de charge e et de masse m, pénètre, à t = 0 s, dans un champ électrique uniforme avec une vitesse initiale $\vec{v_0}$. On assimile le positon à un corps ponctuel G soumis uniquement à la force électrique, et on étudie son mouvement dans un référentiel terrestre supposé galiléen.



1. Exprimer les coordonnées cartésiennes du vecteur position $\overrightarrow{OG_0}$ et celles du vecteur vitesse $\vec{v_0}$ à t = 0 s.

Coordonnées cartésiennes du vecteur position à t = 0 s : $\overrightarrow{OG_0}\begin{cases} x_0 = 0\ \mathrm{m} \\ y_0 = 0\ \mathrm{m} \end{cases}$

Coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse à t = 0 s : $\vec{v_0}\begin{cases} v_{x_0} = v_0 \times \cos\alpha \\ v_{y_0} = -v_0 \times \sin\alpha \end{cases}$

2. Utiliser la deuxième loi de Newton pour exprimer le vecteur accélération $\vec{a}$ du positon.

On étudie le positon de masse m et de charge e dans un référentiel terrestre supposé galiléen.
On considère qu'il n'est soumis qu'à la force électrique $\vec{F}$.

D'après la deuxième loi de Newton : $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$.
Avec $\Sigma\vec{F} = \vec{F} = e\vec{E}$, il vient $\vec{a} = \frac{e}{m}\vec{E}$

3. En déduire les coordonnées cartésiennes des vecteurs accélération, vitesse et position du positon.

Comme $\frac{e}{m} > 0$, les vecteurs accélération $\vec{a}$ et champ électrique $\vec{E}$ sont colinéaires et de même sens.

La valeur du vecteur accélération est : a = $\frac{e}{m}$ E.

Les coordonnées cartésiennes du vecteur accélération s'écrivent : $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{e}{m}\,E \end{cases}$

Pour écrire les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse, il faut chercher les primitives de chaque coordonnée du vecteur accélération puis utiliser les conditions initiales.

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ donc $\vec{v}\begin{cases} v_x = C_x \\ v_y = \frac{e}{m}\,E.t + C_y \end{cases}$

De plus $\vec{v_0}\begin{cases} v_{x_0} = v_0 \times \cos\alpha \\ v_{y_0} = -v_0 \times \sin\alpha \end{cases}$

Il vient $\begin{cases} C_x = v_0 \times \cos\alpha \\ \frac{e}{m}\,E.0 + C_y = -v_0 \times \sin\alpha \end{cases}$ D'où $\begin{cases} C_x = v_0 \times \cos\alpha \\ C_y = -v_0 \times \sin\alpha \end{cases}$

Les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse s'écrivent : $\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \times \cos\alpha \\ v_y = \frac{e}{m}\,E.t - v_0 \times \sin\alpha \end{cases}$

Pour écrire les coordonnées cartésiennes du vecteur position, il faut chercher les primitives de chaque coordonnée du vecteur vitesse puis utiliser les conditions initiales : $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$

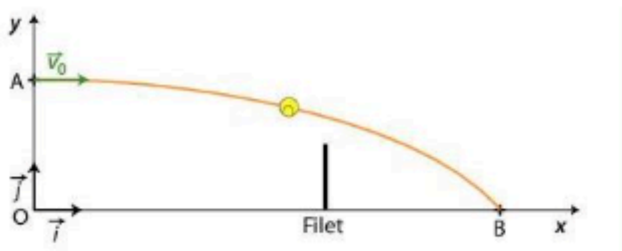
Donc $\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = v_0 \times \cos\alpha \times t + D_x \\ y = \frac{e}{2\,m}\,E.t^2 - v_0 \times \sin\alpha \times t + D_y \end{cases}$

De plus $\overrightarrow{OG_0}\begin{cases} x_0 = 0\text{ m} \\ y_0 = 0\text{ m} \end{cases}$

Il vient $\begin{cases} v_0 \times \cos\alpha \times 0 + D_x = 0 \\ \frac{e}{2\,m}\,E.0^2 - v_0 \times \sin\alpha \times 0 + D_y = 0 \end{cases}$ D'où $\begin{cases} D_x = 0 \\ D_y = 0 \end{cases}$

Les équations horaires du mouvement du positon s'écrivent : $\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = v_0 \times \cos\alpha \times t \\ y = \frac{e}{2\,m}\,E.t^2 - v_0 \times \sin\alpha \times t \end{cases}$

Exercice 39 : Pour servir au tennis, un joueur placé en O lance une balle verticalement et la frappe en A à une hauteur H = 2,7 m au-dessus du sol.
La balle part avec une vitesse horizontale de valeur v_0 = 126 km.h^{-1} dans un référentiel terrestre supposé galiléen. De masse m, elle n'est soumise qu'à son poids.
Donnée : Intensité de la pesanteur : g = 9,81 m.s^{-2}.



1. L'énergie mécanique de la balle est-elle constante ?
La balle n'est soumise qu'à son poids qui est une force conservative. Son énergie mécanique est donc conservée.

2. Montrer que l'expression de la valeur v_B de la vitesse de la balle lorsqu'elle touche le sol s'écrit :

$$v_B = \sqrt{{v_0}^2 + 2\,g \times H}$$

$\Delta E_{m_{A\to B}} = E_{m_B} - E_{m_A} = 0$
$E_{C_B} + E_{P_B} - (E_{C_A} + E_{P_A}) = 0$

$\frac{1}{2}\,m\;\times v_B^2 + m \times g \times z_B - (\frac{1}{2}\,m\;\times v_A^2 + m \times g \times z_A) = 0$

Avec $z_B = 0$, $v_A = v_0$ et $z_A = H$, il vient : $\frac{1}{2}\,m\;\times v_B^2 - \frac{1}{2}\,m\;\times v_0^2 + m \times g \times H = 0$

Soit $\frac{1}{2}\,v_B^2 - \frac{1}{2}\,v_0^2 + g \times H = 0$

En isolant v_B on peut écrire : $v_B = \sqrt{{v_0}^2 + 2\,g\;\times H}$

3. Calculer cette valeur.

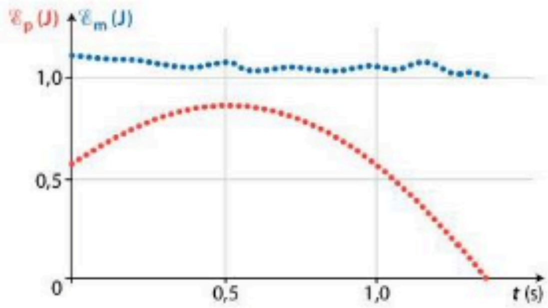
$v_B = \sqrt{\frac{126}{3{,}6} + 2\;\times 9{,}81\;\times 2{,}7} = 36\ m.s^{-1}.$

La balle de tennis, lorsqu'elle touche le sol, a une vitesse de valeur 36 $m.s^{-1}$.

Exercice 40 : L'étude énergétique de la chute libre d'une balle de masse m = 25 g considérée comme ponctuelle dans un champ de pesanteur conduit aux graphiques suivants :

Donnée : Intensité de la pesanteur : g = 9,81 $m.s^{-2}$.

L'énergie potentielle de pesanteur est nulle au niveau du sol.



1. Justifier que l'énergie mécanique de la balle se conserve.

Si on considère que la balle n'est soumise qu'à son poids, force conservative, son énergie mécanique doit être constante au cours du mouvement, c'est ce que l'on vérifie aux erreurs expérimentales près.

2. Calculer la hauteur initiale de la balle.

L'énergie potentielle de pesanteur est nulle au niveau du sol.

On lit graphiquement une énergie potentielle de pesanteur initiale E_{p_0} = 0,60 J.

Or E_{p_0} = m x g x h_0 avec h_0 la hauteur initiale de la balle.

Il vient $h_0 = \frac{E_{p_0}}{m \times g}$

Donc $h_0 = \frac{0{,}60}{25 \times 10^{-3} \times 9{,}81}$ = 2,4 m

La hauteur initiale de la balle est 2,4m.

3. Déterminer l'énergie cinétique de la balle à t = 0 s.

À l'instant initial, on a $E_{m_0} = \; E_{C_0} + E_{p_0}$

L'énergie cinétique de la balle a donc pour expression : $E_{C_0} = E_{m_0} - E_{p_0}$

L'énergie mécanique est égale à 1,1 J environ.

$E_{C_0} = 1{,}1 - 0{,}60 = 0{,}5\ J$

L'énergie cinétique initiale de la balle est 0,5 J.

Exercice 41 : Une boule de pétanque est lancée depuis une hauteur h = 135 cm avec une vitesse v_0 = 6,0 $m.s^{-1}$. On assimilera la boule à un point matériel.

Donnée : Intensité de la pesanteur : g = 9,81 $m.s^{-2}$.

Masse m = 710 g.

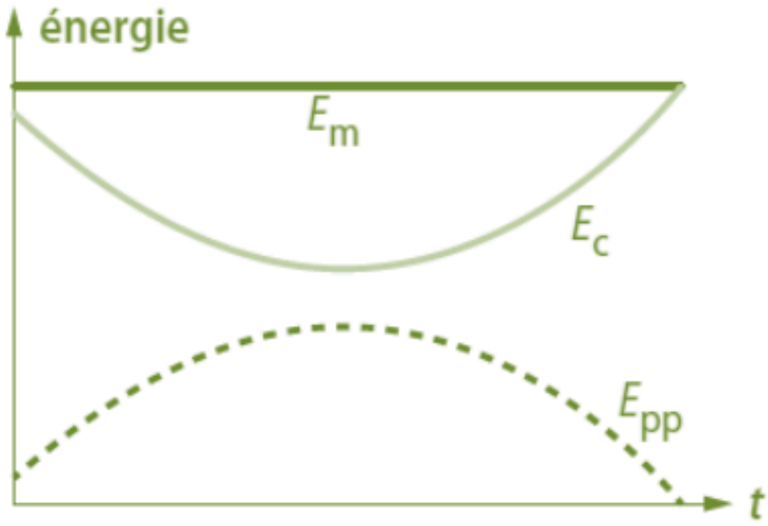
1. Exprimer son énergie mécanique à l'instant du lancer.
   Em(0) = Ec(0) + Epp(0) = $\frac{1}{2}$ $m.v_0^2$ + m.g.h

2. Sous quelle hypothèse s'applique la conservation de l'énergie mécanique ? Est-ce une hypothèse raisonnable ici ?
   La conservation s'applique en l'absence de force non conservative comme les forces de frottement. Ici, on peut raisonnablement négliger l'action de l'air sur le système car la boule de pétanque est dense.

3. Exploiter la conservation de l'énergie mécanique pour exprimer puis calculer la vitesse v_f d'impact au sol de la boule.
   D'après la conservation de l'énergie mécanique, Em(0) = Em(F).
   $\frac{1}{2}$ $m.v_0^2$ + m.g.h = $\frac{1}{2}$ $m.v_F^2$, d'où :

   $$v_F = \sqrt{v_0^2 + 2g.h} = \sqrt{6{,}0^2 + 2 \times 9{,}81 \times 1{,}35} = 7{,}9 \text{ m.s}^{-1}$$

4. Représenter graphiquement l'allure de l'évolution des différentes énergies au cours du mouvement.



Exercice 42 : Une boule de pétanque est lancée depuis une hauteur h = 135 cm avec une vitesse v_0 = 6,0 $m.s^{-1}$. On assimilera la boule à un point matériel.
Donnée : Intensité de la pesanteur : g = 9,81 $m.s^{-2}$.
Masse m = 710 g.

1. Exprimer le travail du poids entre les points de lancer A et d'impact B.
   $W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{AB} = m.\vec{g}.\overrightarrow{AB} = m.g(z_A - z_B)$

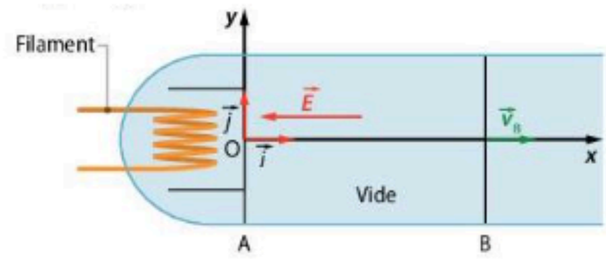
2. Énoncer le théorème de l'énergie cinétique. Exploiter le théorème afin d'exprimer puis de calculer la vitesse v_B d'impact au sol de la boule. Que constatez-vous ?
   La variation d'énergie cinétique d'un système qui se déplace d'un point A à un point B est égale à la somme des travaux des forces qui modélisent les actions mécaniques qui s'appliquent sur le solide lors de son déplacement. Ici, seule l'action mécanique modélisée par le poids agit, d'où :
   $\Delta E_C = E_{C_B} - E_{C_A} = W_{AB}(\vec{P})$.
   Soit $\frac{1}{2}\text{ m} \times v_B^2 - \frac{1}{2}\text{ m} \times v_A^2 = m.g(z_A - z_B) = m.g.h$

   Ce qui donne : $v_B = \sqrt{v_A^2 + 2g.h} = \sqrt{6{,}0^2 + 2 \times 9{,}81 \times 1{,}35} = 7{,}9 \text{ m.s}^{-1}$

   On aboutit pour v_B et pour v_F dans l'exercice 44 à la même expression, car h = $z_A - z_B$.

Exercice 43 : Le filament d'un canon à électrons émet des électrons avec une vitesse initiale de valeur négligeable. Ils sont ensuite accélérés à l'intérieur d'un condensateur plan dont les armatures A et B sont verticales. On néglige le poids de l'électron devant la force électrique. Le référentiel d'étude est supposé galiléen.

Donnée : Travail de la force électrique lors du déplacement d'une particule de charge q entre les positions A et B : $W_{A\to B}(\vec{F}) = q \times U_{AB}$.



1. Montrer, en appliquant le théorème de l'énergie cinétique, que l'expression de la valeur v_B de la vitesse en B est $v_B = \sqrt{\frac{-2\,e \times U_{AB}}{m_e}}$

   Le système étudié est l'électron dans un référentiel terrestre supposé galiléen. D'après le théorème de l'énergie cinétique :

   $\Delta E_{C_{A\to B}} = E_{C_B} - E_{C_A} = \sum W_{A\to B}(\vec{F_i})$.

   Il n'est soumis qu'à la force électrique due au champ électrique uniforme dû au condensateur plan donc :

   $\Delta E_{C_{A\to B}} = E_{C_B} - E_{C_A} = W_{A\to B}(\vec{F})$.

   $\frac{1}{2}\, m_e \times v_B^2 - \frac{1}{2}\, m_e \times v_A^2 = q \times U_{AB} = -e \times U_{AB}$.

   Comme la vitesse initiale v_A a une valeur négligeable, la relation précédente devient $\frac{1}{2}\, m_e \times v_B^2 = -e \times U_{AB}$

   D'où $v_B = \sqrt{\frac{-2e \times U_{AB}}{m_e}}$ avec $U_{AB} < 0$.

2. Comment faut-il modifier la tension appliquée entre les plaques pour que cette valeur de la vitesse augmente ?

   La valeur de la vitesse v_B est proportionnelle à $\sqrt{|U_{AB}|}$.

   v_B augmente donc lorsque la valeur absolue de la tension appliquée entre les plaques augmente.

Exercice 44 : Un ion Mg^{2+} est produit dans la chambre d'ionisation d'un spectrophotomètre de masse.
Cet ion pénètre en position A, avec une vitesse initiale de valeur négligeable, dans un champ électrique uniforme entre deux armatures planes parallèles. Il est accéléré jusqu'à la position B où il atteint une vitesse de valeur $v_B = 5{,}61 \times 10^5\ m.s^{-1}$.
On étudie le mouvement de cet ion assimilé à un corps ponctuel G dans un référentiel terrestre considéré comme galiléen.
On néglige le poids de l'ion Mg^{2+} devant la force électrostatique à laquelle il est soumis entre les positions A et B du condensateur plan.

Donnée : Tension appliquée entre les deux armatures : U = 20 kV.
Charge élémentaire : $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.
Travail de la force électrique lors du déplacement d'une particule de charge q entre les positions A et B : $W_{A\to B}(\vec{F}) = q \times U_{AB}$.

1. Exprimer la variation de l'énergie cinétique de l'ion Mg^{2+} entre les positions A et B.

   La variation de l'énergie cinétique du système {un ion magnésium} entre A et B s'exprime par :

   $\Delta E_{C_{A\to B}} = E_{C_B} - E_{C_A} = \frac{1}{2}\, m_{Mg^{2+}} \times v_B^2 - \frac{1}{2}\, m_{Mg^{2+}} \times v_A^2$

   Comme la valeur de la vitesse v_A est négligeable, la relation devient : $\Delta E_{C_{A\to B}} = \frac{1}{2}\, m_{Mg^{2+}} \times v_B^2$

2. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique pour exprimer la masse de l'ion Mg^{2+}. La calculer.

   Dans un référentiel terrestre considéré galiléenet d'après le théorème de l'énergie cinétique :

   $\Delta E_{C_{A\to B}} = \sum W_{A\to B}(\vec{F})$ soit $\frac{1}{2}\, m_{Mg^{2+}} \times v_B^2 = q \times U = 2e \times U$.

   Il vient $m_{Mg^{2+}} = \frac{4e \times U}{v_B^2}$ D'où $m_{Mg^{2+}} = \frac{4 \times 1{,}6^{-19} \times 20 \times 10^3}{(5{,}61 \times 10^5)^2} = 4{,}1 \times 10^{-26}$ kg.